

Übungen zur Mathematik II

Blatt 3

Abgabe: Freitag 09.05.2014 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (4 Punkte) Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die jeweilige Ungleichung erfüllen:

i. $|2 - x| \geq 4|x + 2|$.

ii. $|\frac{1}{x}| \leq |x - 1|$.

Hinweis: Fallunterscheidung.

Aufgabe 2 (4 Punkte) Beweisen Sie für alle $a, b \in \mathbb{R}$:

i. $\max(a, b) = \frac{1}{2}(a + b + |a - b|)$.

ii. $\min(a, b) = \frac{1}{2}(a + b - |a - b|)$.

iii. $||a| - |b|| \leq |a - b|$.

Aufgabe 3 (4 Punkte) Zeigen Sie für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$:

i. $2xy \leq x^2 + y^2$.

ii. $2xy + 2xz - 2zy \leq x^2 + y^2 + z^2$.

Aufgabe 4 (4 Punkte) Seien $A, B \subset \mathbb{R}$ beschränkte nichtleere Teilmengen. Es wird definiert:

$$-A := \{-a \mid a \in A\},$$

$$A + B := \{a + b \mid a \in A, b \in B\},$$

$$A \cdot B := \{a \cdot b \mid a \in A, b \in B\}.$$

i. Beweisen Sie: $-\sup(A) = \inf(-A)$ und $\inf(A) + \inf(B) = \inf(A + B)$.

ii. Beweisen Sie oder widerlegen Sie: $\sup(A) \cdot \sup(B) = \sup(A \cdot B)$.