

Übungen zur Mathematik II

Blatt 7

Abgabe: Freitag 6.06.2014 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (4 Punkte) Bestimmen Sie die Konvergenzradien der Potenzreihen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{2^n} x^n \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{2^n} x^n.$$

Was passiert an den Rändern der jeweiligen Konvergenzbereiche?

Aufgabe 2 (4 Punkte) Die Exponentialfunktion hat folgende Darstellungen

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad \text{und} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n.$$

- i. Schreiben Sie ein Programm, welches zu gegebenen $x \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ die Werte $s_n := \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}$ und $f_n := (1 + \frac{x}{n})^n$ berechnet.
- ii. Vergleichen Sie numerisch die Konvergenzgeschwindigkeiten der beiden Folgen für $x \in \{-2, 2\}$ indem Sie jeweils die ersten 30 Folgenglieder berechnen.

Als Lösung reicht ein kommentierter Ausdruck mit erhaltenen Werten.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

- i. Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$. Was passiert an den Rändern des Konvergenzbereiches?
- ii. Sei $\delta > 0$. Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\delta^n}$.

Aufgabe 4 (4 Punkte) Man zeige, dass die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n!}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ absolut konvergiert.