

Übungen zur Mathematik II

Blatt 9

Abgabe: Freitag 20.06.2014 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (4 Punkte) Betrachten Sie die Funktion

$$b(x) := \begin{cases} \exp\left(-\frac{1}{(1-x)(1+x)}\right), & |x| < 1 \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- i. Plotten oder skizzieren Sie die Funktion b .
- ii. Zeigen Sie: die Funktion b ist stetig.

Aufgabe 2 (4 Punkte) Es sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $f([a, b]) \subset [a, b]$. Man zeige, dass f mindestens einen Fixpunkt hat, d.h. es existiert ein $x_0 \in [a, b]$ mit $f(x_0) = x_0$.

Hinweis: betrachten Sie die Funktion $g(x) := f(x) - x$ und wenden Sie den Zwischenwertsatz an.

Aufgabe 3 (4 Punkte) Berechnen Sie

- i. $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$.
- ii. $\ln x + \ln \frac{1}{x}$, für $x > 0$.
- iii. $\log_2(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^k})$.
- iv. $\frac{\log_3 2^{1024}}{\log_3 2}$.

Aufgabe 4 (4 Punkte) Sei $x < 0$. Berechnen Sie $\sum_{k=0}^{\infty} e^{kx}$.