

## Übungen zur Mathematik II

### Blatt 9

Abgabe: Freitag 20.06.2014 vor der Vorlesung

**Aufgabe 1** (4 Punkte) Betrachten Sie die Funktion

$$b(x) := \begin{cases} \exp(-\frac{1}{(1-x)(1+x)}), & |x| < 1 \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- i. Plotten oder skizzieren Sie die Funktion  $b$ .
- ii. Zeigen Sie: die Funktion  $b$  ist stetig.

**Aufgabe 2** (4 Punkte) Es sei  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  eine stetige Funktion mit  $f([a, b]) \subset [a, b]$ . Man zeige, dass  $f$  mindestens einen Fixpunkt hat, d.h. es existiert ein  $x_0 \in [a, b]$  mit  $f(x_0) = x_0$ .

*Hinweis: betrachten Sie die Funktion  $g(x) := f(x) - x$  und wenden Sie den Zwischenwertsatz an.*

**Aufgabe 3** (4 Punkte) Berechnen Sie

- i.  $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$ .
- ii.  $\ln x + \ln \frac{1}{x}$ , für  $x > 0$ .
- iii.  $\log_2(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^k})$ .
- iv.  $\frac{\log_3 2^{1024}}{\log_3 2}$ .

**Aufgabe 4** (4 Punkte) Sei  $x < 0$ . Berechnen Sie  $\sum_{k=0}^{\infty} e^{kx}$ .