

Aufgabenblatt 1

zur Vorlesung Stochastische Analysis

(Besprechung der Aufgaben am 29.4.2014)

Präsenzaufgabe 1.

- a) Rekapitulieren Sie die beiden Definitionen zum *Riemann–Stieltjes-Integral* mit Bezug auf den Begriff der *natürlichen Ordnung* auf der einen und der *metrischen Ordnung* auf der anderen Seite!
- b) Sei f eine reelle Funktion auf dem Intervall $[a, b]$ mit $a < 0 < b$, die stetig an der Stelle 0 ist. Berechnen Sie das folgende Riemann–Stieltjes-Integral in der natürlichen Ordnung:

$$\int_a^b f \, d1_{[0,b]}.$$

Was gilt in dem Fall, wenn f nicht linksstetig an der Stelle 0 ist?

Aufgabe 1.

- a) Welche der folgenden Integrale existieren, wenn man sie als Integrale im Sinne von Riemann–Stieltjes (natürliche Ordnung) bzw. Riemann–Stieltjes (metrische Ordnung) auffasst? Geben Sie (wenn möglich) ihren Wert an!

(a) $\int_{-1}^1 1_{[0,1]} \, d1_{[0,1]}$

(b) $\int_{-1}^1 1_{[-1,0]} \, d1_{[0,1]}$

- b) Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke als Lebesgue–Stieltjes-Integrale!

(a) $\int 1_{(-\infty,1]} \, d1_{[0,1]}$

(b) $\int 1_{(-\infty,1)} \, d1_{[0,1]}$

Aufgabe 2.

Beweisen Sie das *Starke Gesetz der großen Zahlen* für unabhängig identisch verteilte integrierbare Zufallsvariablen mithilfe eines geeigneten Rückwärtsmartingals!