Philipps-Universität Marburg **WS 2010/2011**
Fachgebiet Mathematik
Dozent: Prof. Dr. Steffen Dereich Ausgabe: Fr 05.11.2010
Assistent: Florian Ketterer, Reik Schottstedt Abgabe: Fr 12.11.2010 vor der Vorlesung
http://www.uni-marburg.de/fb12/stoch/teaching/elementare_stochastik_ws_10/

3. Übungsblatt
„Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik"

Hausaufgaben

1. Hausaufgabe: **5 Punkte**
Gegeben sei ein Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ und die Ereignisse $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathcal{F}$. Beweisen Sie für $n \geq 1$ die Gleichung

$$P(A_1 \cap \dots \cap A_n) = P(A_n | A_1 \cap \dots \cap A_{n-1}) \cdot \ \dots \ \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_1).$$

Hierbei benutzen wir die Konvention $P(C|B) = 0$ für $P(B) = 0 \quad (B, C \in \mathcal{F}\ )$.

2. Hausaufgabe: * **5 Punkte**
Modellieren Sie das dreimalige Werfen eines fairen Würfels.

(i) Wir groß ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses, dass das Ergebnis mit jedem Wurf strikt ansteigt?

(ii) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, wenn wir das „strikt" entfernen, also auch „$\geq$" zulassen?

3. Hausaufgabe: * **5 Punkte**
Etwa 1% aller PC's in Deutschland sind mit Viren befallen. Das Programm „Virex" erkennt mit Wahrscheinlichkeit 0.8 einen vorhandenen Virus, meldet jedoch auch bei nicht befallenen Computern mit Wahrscheinlichkeit 0.1 einen Fund.

(i) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Der PC ist mit Viren befallen und Virex erkennt dies".

(ii) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein positiv getesteter PC tatsächlich mit Viren befallen?

(iii) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „Virex zeigt einen Virus an".

4. Hausaufgabe: * **5 Punkte**

(i) Gegeben seien zwei reelle Dichtefunktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, sowie die reellen Paramter $\alpha \geq 0$ und $\beta \geq 0$ mit $\alpha + \beta = 1$. Ist $\alpha f + \beta g$ wieder eine Dichtefunktion?

(ii) Für die Paramter $p > 0$ und $b > 0$ sei die Funktion $f_{b,p} : [0, \infty) \to \mathbb{R}; x \mapsto g(b, p) \cdot x^{p-1} e^{-bx}$ gegeben. Welche *Normierung* (Funktion) $g : (0, \infty) \times (0, \infty) \to \mathbb{R}; (b, p) \mapsto g(b, p)$ muss gewählt werden, damit $f_{b,p}$ eine Dichtefunktion ist, wenn wir $p = 1, 2$ bzw. 3 setzen?

(iii) Beweisen Sie ausgehend von Ihren Erkenntnissen aus (ii) die Normierung $g(b, p)$ für allgemeine $b > 0$ und $p \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

5. Hausaufgabe: L **5 Punkte**

Von drei Kästen mit jeweils zwei Schubladen wird einer zufällig ausgewählt, und bei diesem eine zufällig ausgewählte Schublade geöffnet ("zufällig" bedeutet hier, dass alle Möglichkeiten dieselbe Wahrscheinlichkeit haben). Man stellt fest, daß die Schublade eine Goldmünze enthält. Es sei bekannt, dass jede Schublade entweder eine Gold- oder eine Silbermünze enthält, und dass die drei Kästchen Münzen in den Kombinationen Gold/Gold, Gold/Silber und Silber/Silber enthalten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält die andere Schublade des gewählten Kastens auch eine Goldmünze?

Studierende des Lehramts, die nach der neuen Studienordnung studieren, bearbeiten die mit 'L' gekennzeichnete Aufgabe und zusätzlich 3 der ersten vier Aufgaben. Ihnen wird empfohlen, die mit * gekennzeichneten Aufgaben zu bearbeiten. Studierende aller anderen Studiengänge bearbeiten die ersten vier Aufgaben eines jeden Übungsblatts.