Philipps-Universität Marburg **WS 2010/2011**
Fachgebiet Mathematik
Dozent: Prof. Dr. Steffen Dereich
Assistent: Florian Ketterer, Reik Schottstedt
Ausgabe: Fr 29.10.2010
Abgabe: Fr 05.11.2010 vor der Vorlesung
http://www.uni-marburg.de/fb12/stoch/teaching/elementare_stochastik_ws_10/

2. Übungsblatt
„Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik“

Hausaufgaben

1. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Wir definieren die *Hypergeometrische Verteilung* $\mathrm{Hyp}(r; n, R, N)$ zu den Parametern $R \in \mathbb{N}$ und $N \in \mathbb{N}$ als die Verteilung auf den natürlichen Zahlen, so dass gilt

$$\text{Wahrscheinlichkeit}(r) = Hyp(r; n, R, N) := \frac{\binom{R}{r}\binom{N-R}{n-r}}{\binom{N}{n}}.$$

Sie beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass unter Betrachtung einer Grundgesamtheit von N Elementen, von denen R Elemente durch eine bestimmte Eigenschaft ausgezeichnet sind, bei einer zufällig entnommenen Stichprobe von n Elementen, gerade r Elemente diese Eigenschaft besitzen.

(i) Zeigen Sie, dass die Hypergeometrische Verteilung in n und R symmetrisch ist, d.h. es gilt

$$Hyp(r; n, R, N) = Hyp(r; R, n, N).$$

(ii) Begründen Sie diese Tatsache anschaulich.

2. Hausaufgabe: * **5 Punkte**

Sei Ω eine nichtleere Menge. Man zeige, dass

$$\mathcal{A} := \{A \subseteq \Omega : A \text{ oder } A^c = \Omega \backslash A \text{ ist abzählbar}\}$$

eine σ-Algebra über Ω ist.

3. Hausaufgabe: * **5 Punkte**

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig gebildetes Wort mit 10 Buchstaben über dem Alphabet mit 26 Buchstaben die Folge 'STOCH' nicht enthält, wenn man annimmt, dass jede Buchstabenfolge gleich wahrscheinlich ist?

4. Hausaufgabe: * **5 Punkte**

(i) Wieviele Arten gibt es, k Pralinen auf n Pralinenschachteln zu verteilen? Die Schachteln sind von 1 bis n durchnummeriert. Da sich die Pralinen so ähnlich sehen, wird nur gezählt, wieviele Pralinen in einer Schachtel sind; welche individuelle Praline wo ist, zählt hier nicht.

(ii) Wieviele Arten gibt es, k Pralinen auf n Pralinenschachteln zu verteilen, wenn wir zusätzlich annehmen, dass in jeder der n Schachteln mindestens eine Praline sein muss?

5. Hausaufgabe: L **5 Punkte**

(i) Seien $r, n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie formal, dass

$$\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1}, \quad 0 \leq r \leq n \tag{1}$$

gilt.

(ii) Deuten Sie Gleichung (1) kombinatorisch und erklären Sie sie anschaulich.

Studierende des Lehramts, die nach der neuen Studienordnung studieren, bearbeiten die mit 'L' gekennzeichnete Aufgabe und zusätzlich 3 der ersten vier Aufgaben. Ihnen wird empfohlen, die mit * gekennzeichneten Aufgaben zu bearbeiten. Studierende aller anderen Studiengänge bearbeiten die ersten vier Aufgaben eines jeden Übungsblatts.