Philipps-Universität Marburg
Fb Mathematik u. Informatik

Prof. Dr. Hajo Holzmann
Daniel Hohmann

Elementare Stochastik (WS 2011/12)

Übungsblatt 5

Abgabe: Freitag, 25.11.11

Aufgabe 24) **(1+3 Punkte)**

Beim Skatspiel[1] bekommen 3 Spieler jeweils 10 Karten, 2 weitere Karten, der sog. *Skat*, werden zunächst verdeckt beiseite gelegt. Insgesamt enthält das Kartenspiel vier *Buben*.

a) Modellieren Sie die Aufteilung der Karten (oder direkt die Aufteilung der Buben) nach dem Austeilen durch einen geeigenten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P).

b) Es beschreibe X die Anzahl der Buben auf Ihrer Hand sowie Y die Anzahl der Buben im Skat. Bestimmen Sie die bedingte Verteilung $\mathrm{P}_{Y|X=k}$ von Y gegeben das Ereignis $\{X = k\}$ für $k = 0, \dots, 4$.

Aufgabe 25) **(2+2 Punkte, *)**

Nehmen Sie an, für die kommende Ausspielung des Lottos 6 aus 49 wären 100 Mio. unabhängige Tippreihen abgegeben worden.

a) Wie ist die Anzahl der Tippreihen mit 6 Richtigen verteilt? Wie ist sie approximativ verteilt?

b) Geben Sie einen Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit an, dass höchstens 3 mal 6 Richtige auftreten werden.

Aufgabe 26) **(4 Punkte, *)**

Seien (Ω, P) ein diskreter Wahrscheinlichkeitsraum und $A_1, \dots, A_n \subset \Omega$ mit $\mathrm{P}(A_1 \cap \ldots \cap A_n) > 0$. Zeigen Sie, dass diese Ereignisse genau dann unabhängig sind, wenn für alle $1 \leq k \leq n$ und $J \subset \{1, \dots, n\} \setminus \{k\}$ gilt

$$\mathrm{P}\big(A_k \big| \textstyle\bigcap_{j \in J} A_j\big) = \mathrm{P}(A_k)\,.$$

Aufgabe 27) **(4 Punkte)**

Die Zufallsvariable X sei *geometrisch verteilt* mit Parameter $p \in (0,1)$, d. h. es gelte

$$\mathrm{P}(X = k) = (1-p)^k p\,, \quad k \in \mathbb{N}_0\,.$$

[1] Siehe `http://de.wikipedia.org/wiki/Skat`.

Zeigen Sie, dass für $k,l \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$P(X = k+l | X \geq k) = P(X = l)\,,$$

die sog. *Gedächtnislosigkeit* der geometrischen Verteilung.

Aufgabe 28) **(4 Punkte, L)**

Zwei Cowboys stehen sich zum Duell gegenüber. Es sei bekannt, dass die Trefferwahrscheinlichkeit von Cowboy $i = 1,2$ genau $p_i \in (0,1)$ betrage.

a) Wie ist die Anzahl der benötigten Versuche jedes Cowboys bis zum ersten Treffer verteilt?

b) Angenommen, die zwei Cowboys schießen abwechselnd bis zum ersten Treffer.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt der Cowboy, der den ersten Schuss hat, auch das Duell?

c) Für welche Kombinationen von p_1 und p_2 haben unter b) beide Cowboys dieselbe Gewinnwahrscheinlichkeit.

Aufgabe 29) **(2+2 Punkte, L)**

Bei einer Qualitätskontrolle können Werkstücke zwei Arten von Fehlern aufweisen (Fehler A und Fehler B). Aus Erfahrung sei bekannt, dass ein zufällig herausgegriffenes Werkstück mit Wahrscheinlichkeit

- 0.05 den Fehler A hat,
- 0.01 beide Fehler aufweist,
- 0.02 nur den Fehler B hat.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit weist ein Werkstück den Fehler B auf, wenn an diesem ...

i) zuvor schon der Fehler A festgestellt wurde?

ii) der Fehler A nicht vorliegt?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Werkstück einwandfrei, wenn es den Fehler B nicht aufweist?

Hinweis

Bachelor- u. Masterstudierende dürfen sich auf diesem Übungsblatt 4 der ersten 5 Aufgaben aussuchen. Für alle Lehramtsstudierenden gelten die üblichen Regelungen.