Fachbereich Mathematik und Informatik **Wintersemester 2013/14**
Philipps-Universität Marburg
Prof. Dr. M. Vetter

Aufgabenblatt 1

zur Vorlesung Zeitreihenanalyse

(Besprechung der Lösungen: 23. Oktober 2013, 14:15 Uhr)

Aufgabe 1.

Es sei $(X_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ der durch die Relation

$$X_t = Z_t + \theta Z_{t-1}$$

gegebene MA(1)-Prozess aus Beispiel 1.12, d.h. es sind die $(Z_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ i.i.d. mit Erwartungswert 0 und Varianz σ^2 und θ ist ein reeller Parameter. Zeigen Sie, dass $(X_t)_{t\in\mathbb{Z}}$ strikt stationär im Sinne von Definition 1.10 ist.

Hinweis: Naheliegend ist ein Ansatz über charakteristische Funktionen. Aus illustrativen Gründen empfiehlt es sich, vor einem allgemeinen Beweis den Fall $k = 2$ zu diskutieren.

Aufgabe 2.

Es sei $m_t = b_0 + b_1 t + \ldots + b_k t^k$ ein Polynom k-ten Grades. Zeigen Sie, dass der lineare Filter $(a_j)_j$ mit $j = -k, \ldots, k$ genau dann m_t unverändert lässt, d.h.

$$m_t = \sum_{j=-k}^{k} a_j m_{t+j}$$

gilt, wenn

$$\sum_{j=-k}^{k} a_j = 1 \quad \text{und} \quad \sum_{j=-k}^{k} j^r a_j = 0 \text{ für alle } r = 1, \ldots, k$$

erfüllt sind. Gelten diese Eigenschaften für den in Bemerkung 1.14 b) im Fall $k = 3$ angegebenen Filter?