Aufgabenblatt 12

zur Vorlesung Zeitreihenanalyse

(Besprechung der Lösungen: 29. Januar 2014, 14:15 Uhr)

Aufgabe 23.

Es sei $\{X_t | t \in \mathbb{Z}\}$ ein strikt stationärer GARCH(1,1)-Prozess. Zeigen Sie, dass die Bedingungen $\mathbb{E}[X_t^4] < \infty$ und $\mathbb{E}[(aZ_t^2 + b)^2] < 1$ äquivalent sind.

Aufgabe 24.

Es sei $\{X_t | t \in \mathbb{Z}\}$ ein strikt stationärer GARCH(1,1)-Prozess mit $\mathbb{E}[X_t^4] < \infty$. Zeigen Sie, dass dann

$$\mathbb{E}[X_t^4] = a_0^2 \frac{1+a+b}{1-a-b} \frac{1}{1-\rho} \mathbb{E}[Z_t^4]$$

gilt, wobei $\rho = \mathbb{E}[(aZ_t^2 + b)^2]$ ist.

Hinweis: Es empfiehlt sich in beiden Aufgaben, die Darstellung von σ_t^2 aus Satz 7.6. in der Form

$$\sigma_t^2 = a_0 \left(\sum_{j=0}^{\infty} \prod_{i=1}^j (aZ_{t-i}^2 + b) \right)$$

zu benutzen, wobei das leere Produkt im Fall $j = 0$ als eins gesetzt wird.