Fachbereich Mathematik und Informatik
Philipps-Universität Marburg
Prof. Dr. M. Vetter

Wintersemester 2013/14

Aufgabenblatt 4

zur Vorlesung Zeitreihenanalyse

(Besprechung der Lösungen: 13. November 2013, 14:15 Uhr)

Aufgabe 8.

a) Es sei X_t ein reeller White-Noise-Prozess, d.h. es gelten $\mathbb{E}[X_t] = 0$ und $\mathbb{E}[X_t^2] = \sigma^2$ und die X_t sind paarweise unkorreliert. Bestimmen Sie dessen Spektraldichte f_X und die zugehörige spektrale Verteilungsfunktion F_X.

b) Es seien X_t und Y_t zwei unkorrelierte stationäre Zeitreihen mit spektralen Verteilungsfunktionen F_X und F_Y. Zeigen Sie, dass $Z_t = X_t + Y_t$ ebenfalls stationär ist und bestimmen Sie deren spektrale Verteilungsfunktion F_Z.

Hinweis: Falls Sie mit den Rechenregeln für Riemann-Stieltjes-Integrale nicht vertraut sind: Bedenken Sie, wie die approximierenden Riemann-Stieltjes-Summen aussehen und leiten Sie die benötigten Regeln darüber her.

Aufgabe 9.

Konstruieren Sie eine stationäre Zeitreihe Z_t mit spektraler Verteilungsfunktion

$$F_Z(\lambda) = \begin{cases} \lambda + \pi, & -\pi \leq \lambda < -\pi/6, \\ \lambda + 3\pi, & -\pi/6 \leq \lambda < \pi/6, \\ \lambda + 5\pi, & \pi/6 \leq \lambda \leq \pi. \end{cases}$$

Beschreiben Sie deren Verhalten (entweder durch Simulationen oder heuristisch). Für welche Werte von d besitzt der differenzierte Prozess $\nabla_d Z_t = Z_t - Z_{t-d}$ eine Spektraldichte?