Fachbereich Mathematik und Informatik **Wintersemester 2013/14**
Philipps-Universität Marburg
Prof. Dr. M. Vetter

Aufgabenblatt 6

zur Vorlesung Zeitreihenanalyse

(Besprechung der Lösungen: 27. November 2013, 14:15 Uhr)

Aufgabe 12.

Es sei $Z(\lambda)$ ein (rechtsstetiger) Prozess mit orthogonalen Zuwächsen und F dessen zugehörige Verteilungsfunktion. Ein solcher Prozess wird oftmals (wenig formal) mit

$$\mathbb{E}[dZ(\lambda)dZ(\mu)] = \delta_{\lambda,\mu}dF(\lambda)$$

symbolisiert, wobei $\delta_{\lambda,\mu}$ das Kronecker-Delta bezeichnet. Geben Sie mindestens eine Begründung (und idealerweise zwei) für diese Notation an.

Aufgabe 13.

Es sei $B(\lambda)$ eine Brownsche Bewegung im Sinne von Beispiel 3.18 und $g \in \mathcal{L}^2(d\lambda)$ eine reellwertige, symmetrische Funktion. Dabei bezeichnet $\mathcal{L}^2(d\lambda)$ den Raum aller bzgl. des Lebesgue-Maßes quadratintegrierbaren Funktionen. Zeigen Sie, dass der durch

$$X_t = \int_{(-\pi,0]} \sqrt{2}\cos(tv)g(v)dB(v) + \int_{(0,\pi]} \sqrt{2}\sin(tv)g(v)dB(v), \quad t \in \mathbb{Z},$$

definierte (Gaußsche) Prozess stationär ist und die Spektraldichte $g^2(\lambda)\sigma^2/(2\pi)$ besitzt.