Fachbereich Mathematik und Informatik **Wintersemester 2013/14**
Philipps-Universität Marburg
Prof. Dr. M. Vetter

Aufgabenblatt 7

zur Vorlesung Zeitreihenanalyse

(Besprechung der Lösungen: 4. Dezember 2013, 14:15 Uhr)

Aufgabe 14.

Es sei $\{X_t | t \in \mathbb{Z}\}$ die (nicht-kausale) stationäre Lösung der AR(1)-Gleichung

$$X_t = \phi X_{t-1} + Z_t, \qquad Z_t \sim WN(0, \sigma^2), \qquad |\phi| > 1.$$

Zeigen Sie, dass ein White-Noise-Prozess $\tilde{Z}_t$ existiert, so dass $\{X_t | t \in \mathbb{Z}\}$ auch eine (kausale) stationäre Lösung der AR(1)-Gleichung

$$X_t = \phi^{-1} X_{t-1} + \tilde{Z}_t$$

ist. Bestimmen Sie zusätzlich die Varianz von $\tilde{Z}_t$.

Aufgabe 15.

Es sei $\{X_t | t \in \mathbb{Z}\}$ der stationäre MA(1)-Prozess

$$X_t = Z_t - Z_{t-1}, \qquad Z_t \sim WN(0, \sigma^2).$$

Gemäß Satz 4.12 ist der Prozess nicht invertierbar. Zeigen Sie, dass dennoch

$$Z_t \in \overline{\text{span}\{X_j | j \leq t\}}$$

gilt.

Hinweis: Betrachten Sie den $\mathcal{L}^2$-Grenzwert von $\sum_{j=0}^{n} (1 - j/n) X_{t-j}$.