Fachbereich Mathematik und Informatik
Philipps-Universität Marburg
Prof. Dr. M. Vetter

Wintersemester 2013/14

Aufgabenblatt 8

zur Vorlesung Zeitreihenanalyse

(Besprechung der Lösungen: 11. Dezember 2013, 14:15 Uhr)

Aufgabe 16.

Die autokovarianzerzeugende Funktion einer stationären Zeitreihe $\{X_t | t \in \mathbb{Z}\}$ ist durch

$$G(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma(k) z^k$$

gegeben, vorausgesetzt die Reihe konvergiert auf einem Kreisring $r^{-1} < |z| < r$ für ein $r > 1$.

Zeigen Sie: Besitzt $\{X_t | t \in \mathbb{Z}\}$ die Form

$$X_t = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k Z_{t-k}$$

für einen White-Noise-Prozess $\{Z_t | t \in \mathbb{Z}\}$ mit Varianz $\sigma^2 > 0$, wobei

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\psi_k| z^k$$

für z mit $r^{-1} < |z| < r$ für ein $r > 1$ konvergiert, so gilt

$$G(z) = \sigma^2 \psi(z) \psi(z^{-1}), \qquad \psi(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k z^k.$$

Aufgabe 17.

Es sei nun $\phi(B)X_t = \theta(B)Z_t$ ein ARMA(p,q)-Prozess mit $\phi(z) \neq 0$ für z mit $|z| = 1$. Benutzen Sie Resultate aus der Vorlesung, um die autokovarianzerzeugende Funktion von $\{X_t | t \in \mathbb{Z}\}$ und mit deren Hilfe die Spektraldichte von $\{X_t | t \in \mathbb{Z}\}$ herzuleiten.