Fachbereich Mathematik und Informatik **Wintersemester 2013/14**
Philipps-Universität Marburg
Prof. Dr. M. Vetter

Aufgabenblatt 9

zur Vorlesung Zeitreihenanalyse

(Besprechung der Lösungen: 16. Dezember 2013, 14:15 Uhr)

Aufgabe 18.

Ein zentrierter stationärer Prozess $\{X_t | t \in \mathbb{Z}\}$ habe die Autokovarianzfunktion

$$\gamma(h) = \begin{cases} 1, & h = 0, \\ \rho, & h \neq 0, \end{cases}$$

für ein ρ mit $|\rho| < 1$.

a) Zeigen Sie, dass der $\mathcal{L}^2$-Grenzwert U_t von

$$U_t^n = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} X_{t-j}$$

für alle t existiert und dass $U_t = U_s$ (fast sicher) für alle $t, s \in \mathbb{Z}$ gilt.

b) Nenne den Grenzwert aus Teil a) U. Zeigen Sie, dass X_t die Darstellung

$$X_t = U + Y_t$$

erfüllt, wobei alle Elemente von $\{U, Y_t; t \in \mathbb{Z}\}$ jeweils paarweise unkorreliert sind und außerdem $\mathbb{E}[U^2] = \rho$ sowie $\mathbb{E}[Y_t^2] = 1 - \rho$ für alle $t \in \mathbb{Z}$ gilt.

c) Bestimmen Sie die Wold-Zerlegung von X_t und den Ein-Schritt-Vorhersage-Fehler σ^2.