Fachbereich Mathematik und Informatik **Wintersemester 2014/15**
Philipps-Universität Marburg
Prof. Dr. M. Vetter

Präsenzaufgabenblatt 5

zur Vorlesung Markov-Ketten

(Diskussion im Tutorium am 17. Dezember 2014, 14:15 Uhr)

Es seien P eine Übergangsmatrix auf I, $I = D \cup \partial D$ und $(c_i; i \in D)$ eine nicht-negative Funktion. Wir nehmen an, dass das lineare Gleichungssystem

$$\begin{cases} \phi = P\phi + c & \text{auf } D, \\ \phi = 0 & \text{auf } \partial D, \end{cases}$$

eine eindeutige beschränkte Lösung besitzt.

Aufgabe 9.

Zeigen Sie, dass mit

$$T = \inf\{n \geq 0 : X_n \in \partial D\}$$

gilt: $P_i(T < \infty) = 1$ für alle $i \in I$.

Hinweis: Betrachten Sie die Eintrittswahrscheinlichkeiten $h^{\partial D}$ aus Satz 1.20. Welches Gleichungssystem lösen diese?

Aufgabe 10.

Betrachten Sie nun eine weitere Zerlegung $I = \tilde{D} \cup \partial\tilde{D}$ mit $\tilde{D} \subset D$. Zeigen Sie, dass das lineare Gleichungssystem

$$\begin{cases} \psi = P\psi + c & \text{auf } \tilde{D}, \\ \psi = 0 & \text{auf } \partial\tilde{D}, \end{cases}$$

ebenfalls genau eine beschränkte Lösung besitzt und dass

$$\psi_i \leq \phi_i \text{ für alle } i \in I$$

gilt.