Fachbereich Mathematik und Informatik
Universität Marburg
Prof. Dr. Ilka Agricola
Reinier Storm

Wintersemester 2014/2015

Übungen zur Differentialgeometrie 1
– Blatt 1 –
Abgabe Donnerstag: –

Aufgabe 1 (4 Punkte). Beweisen Sie, dass für eine beliebigen Parametrisierung einer Kurve γ die Formeln

$$\kappa(t) = \frac{\|\dot{\gamma(t)} \times \ddot{\gamma(t)}\|}{\|\dot{\gamma(t)}\|^3}$$

und

$$\tau(t) = \frac{\langle \dot{\gamma} \times \ddot{\gamma}, \dddot{\gamma} \rangle}{\|\dot{\gamma(t)} \times \ddot{\gamma(t)}\|^2} = \frac{\det(\dot{\gamma(t)}, \ddot{\gamma(t)}, \dddot{\gamma(t)})}{\|\dot{\gamma(t)} \times \ddot{\gamma(t)}\|^2}$$

gelten.

Aufgabe 2 (4 Punkte). Berechnen Sie Krümmung und Windung (Torsion) folgender Kurven:

a) $f(x) = (x, \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a}), 0)$ (Kettenlinie);

b) $f(x) = (a\cos(x), a\sin(x), bx)$ (Schraubenlinie);

c) $f(x) = (a(x - \sin(x)), a(1 - \cos(x)), bx)$;

d) $f(x) = (x, x^2, x^3)$

Aufgabe 3 (4 Punkte).

a) Sei $\gamma \in \mathbb{R}^3$ eine Kurve, deren sämtliche Tangenten durch ein und denselben Punkt verlaufen. Beweisen Sie, dass dann γ ein Teil einer Geraden ist.

b) Sei $\gamma \in \mathbb{R}^3$ eine Kurve, deren sämtliche Tangenten zu ein derselben Geraden parallel sind. Beweisen Sie, dass dann γ ein Teil einer Geraden ist.