Fachbereich Mathematik und Informatik
Universität Marburg
Prof. Dr. Ilka Agricola
Reinier Storm & Marius Kuhrt

Wintersemester 2015

# Übungen zur Lie-Gruppen und Lie-Algebren

– Blatt 10 –

Abgabe Montag: 18-01

**Präsenzaufgaben:**

**Aufgabe 1**. Zeigen Sie, dass die Cartan-Algebra $\mathfrak{h}$ einer Klassische Lie-Algebra $\mathfrak{g}$ selbstnormalisierent ist:

$$N_{\mathfrak{g}}(\mathfrak{h}) := \{x \in \mathfrak{g} : [x, h] \in \mathfrak{h}, \quad \forall h \in \mathfrak{h}\} = \mathfrak{h}.$$

Aufgaben auf dem Blatt Wurzelsysteme - Stand und Fortsetzung der Vl.

**Aufgabe 2**. Zeigen Sei, dass die untere Zentralreihe $\mathcal{D}_k(\mathfrak{g})$ bzw. die obere Zentralreihe $\mathcal{D}^k(\mathfrak{g})$ einer Lie-Algebra $\mathfrak{g}$ Ideale sind.

**Aufgabe 3**. Zeigen Sie, dass für jede $X, Y \in \mathfrak{g}$, $\lambda, \mu \in \mathbb{F}$ und $D \in \mathrm{Der}(\mathfrak{g})$ die Gleichung:

$$(D - (\lambda + \mu)^k)[Y, Z] = \sum_r \binom{k}{r} [(D - \lambda)^r Y, (D - \mu)^{k-r} Z]$$

gilt.

**Hausaufgaben:**

**Aufgabe 4**. Zeigen Sie, dass das Tensorprodukt $F^{(n)} \otimes F^{(m)}$, mit $n \geq m$, sich zerlegt als

$$F^{(n)} \otimes F^{(m)} \cong F^{(n-m)} \oplus F^{(n-m+2)} \oplus \cdots \oplus F^{(n+m)}.$$

(Hinweis: Rechnen Sie erst die Zerlegung aus für $F^{(7)} \otimes F^{(3)}$.)