Inhaltsverzeichnis

Vorwort v

Die Ziele der Aufgaben – Erläuterungen und Übersicht 1

Wie benutzt man dieses Buch? – Hinweise für Studierende 4

Wie lässt sich dieses Buch einsetzen? – Hinweise für Lehrende 6

1 Funktionen, Folgen und Grenzwerte **9**
1.1 Geometrische Interpretation algebraischer Operationen 12
1.2 Potenztürme 17
1.3 Die Fibonacci-Folge 22
1.4 Monotonie und Grenzwertaussagen: Erwartungen formulieren und Vermutungen beweisen 27
1.5 Reihen und ihre Werte 31
1.6 Vorstellungen zu Summation und Doppelreihen 34
1.7 Zugänge zu n-ten Wurzeln 39
1.8 Vorstellungen zu Stetigkeit und zusammenhängenden Mengen 46

2 Differenzierbare Funktionen **51**
2.1 Ableitungen als Tangentensteigungen: Vorstellungen und Fehlvorstellungen 54
2.2 Die Ableitung der Umkehrfunktion 58
2.3 Wasserstand im Edersee – Die Kettenregel 61
2.4 Eine Charakterisierung der Differenzierbarkeit durch eine Lage-Bedingung 66
2.5 Differenzierbarkeit von abschnittsweise definierten Funktionen 70
2.6 Differenzierbarkeit der Sinusfunktion 76

3 Monotonie und Extrema **83**
3.1 Beschränkte Funktionen und Extrema in der Geometrie 86
3.2 Interpretation des Vorzeichens von f' und f'' 93
3.3 Funktionen qualitativ verstehen 98

4 Integration **103**
4.1 Mittelwerte und Integrale 106
4.2 Bogenlängen von gestreckten Kurven 110
4.3 Paradoxa bei der Approximation von Kurven 116
4.4 Winkel und Bogenlängen 123
4.5 Analyse eines Definitionsversuchs: Integration mit äquidistanten Rechtssummen 127

5 Reflexion mathematischer Arbeitsweisen **135**
5.1 Logische Aspekte des Beweisens 137
5.2 Backblechbeweise und Riemannsche Summen 140
5.3 Pascalsches Dreieck, Binomialkoeffizienten und figurierte Zahlen 146
5.4 Einen Begriff entwickeln: Konvergenz von Geraden 151
5.5 Definieren und Aufbau von Grundvorstellungen 156
5.6 Bewusst entscheiden beim Definieren: Differenzierbarkeit . . . 160
5.7 Bewusst entscheiden beim Definieren: Bogenlänge von Kurven 167
5.8 Potenzen mit reellen Exponenten 171
5.9 Intervallschachtelungen und Potenzen mit irrationalen Exponenten 176
5.10 Zugänge zur Exponentialfunktion 181
5.11 Der Kleinsche Zugang zu ln und exp 187
5.12 Beispiele finden – Standardbeispiele kennenlernen 191

Symbole 197

Literaturverzeichnis 199

Abbildungsverzeichnis 200

Index 202