$$\triangle \ni \hbar \Rightarrow \bigvee_{\text{well-order}} \hbar{:}P$$

$$\mathcal{P} = \frac{\mathsf{K}{:}P}{\mathsf{K} \subset \hbar{:} \quad P \subset \mathsf{K}\times\mathsf{K} \text{ well-order}}$$

$$\mathsf{K}{:}P \prec \bar{\mathsf{K}}{:}Q \Leftrightarrow \begin{cases} \mathsf{K} \underset{\text{odeal}}{\overset{Q}{\subset}} \bar{\mathsf{K}} \\ P = Q|\mathsf{K}\times\mathsf{K} \end{cases}$$

$$\frac{\mathsf{K}_\lambda{:}P_\lambda}{\lambda \in \Lambda} \underset{\text{tot}}{\subset} \mathcal{P} \Rightarrow \mathsf{K} = \bigcup_\lambda^\Lambda \mathsf{K}_\lambda \in \hbar$$

$$\dot{\mathsf{k}} \in \mathsf{K} \underset{\text{well-def}}{\Rightarrow} \mathsf{k} \leqslant \mathsf{k}' \Leftrightarrow \bigvee_\lambda^\Lambda \begin{cases} \dot{\mathsf{k}} \in \mathsf{K}_\lambda \\ \mathsf{k} \underset{\lambda}{\leqslant} \mathsf{k}' \end{cases}$$

$$\mathsf{K}_\lambda \ni \dot{\mathsf{k}} \in \mathsf{K}_\mu \underset{\text{OE}}{\Rightarrow} \mathsf{K}_\lambda{:}P_\lambda \prec \mathsf{K}_\mu{:}P_\mu \Rightarrow \begin{cases} \mathsf{K}_\lambda \subset \mathsf{K}_\mu \\ P_\lambda = P_\mu|\mathsf{K}_\lambda\times\mathsf{K}_\lambda \end{cases} \Rightarrow \mathsf{k} \underset{\lambda}{\leqslant} \mathsf{k}' \Leftrightarrow \mathsf{k} \underset{\mu}{\leqslant} \mathsf{k}'$$

$$\mathsf{K}{:}P \text{ order}$$

$$\mathsf{k} \leqslant \mathsf{k}' \leqslant \mathsf{k}'' \in \mathsf{K} \Rightarrow \begin{cases} \bigvee_\lambda^\Lambda \mathsf{k} \in \mathsf{K}_\lambda \ni \mathsf{k}' \quad \mathsf{k} \underset{\lambda}{\leqslant} \mathsf{k}' \\ \bigvee_\mu^\Lambda \mathsf{k}' \in \mathsf{K}_\mu \ni \mathsf{k}'' \quad \mathsf{k}' \underset{\mu}{\leqslant} \mathsf{k}'' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathsf{K}_\lambda{:}P_\lambda \prec \mathsf{K}_\mu{:}P_\mu \Rightarrow \mathsf{K}_\lambda \subset \mathsf{K}_\mu \quad \Rightarrow \mathsf{k} \underset{\mu}{\leqslant} \mathsf{k}' \underset{\mu}{\leqslant} \mathsf{k}'' \Rightarrow \mathsf{k} \underset{\mu}{\leqslant} \mathsf{k}'' \\ \mathsf{K}_\mu{:}P_\mu \prec \mathsf{K}_\lambda{:}P_\lambda \Rightarrow \mathsf{K}_\mu \subset \mathsf{K}_\lambda \quad \Rightarrow \mathsf{k} \underset{\lambda}{\leqslant} \mathsf{k}' \underset{\lambda}{\leqslant} \mathsf{k}'' \Rightarrow \mathsf{k} \underset{\lambda}{\leqslant} \mathsf{k}'' \end{cases} \Rightarrow \mathsf{k} \leqslant \mathsf{k}''$$

$$A \subset \mathsf{K}$$

$$A \cap \mathsf{K}_\lambda \neq \varnothing \neq A \cap \mathsf{K}_\mu \Rightarrow \underline{A \cap \mathsf{K}_\lambda} = \underline{A \cap \mathsf{K}_\mu}$$

$$\text{OE } \mathsf{K}_\lambda{:}P_\lambda \prec \mathsf{K}_\mu{:}P_\mu \Rightarrow \mathsf{K}_\lambda \underset{\text{odeal}}{\subset} \mathsf{K}_\mu$$

$$A \cap \mathsf{K}_\lambda \subset A \cap \mathsf{K}_\mu \Rightarrow \mathsf{K}_\mu \ni \underline{A \cap \mathsf{K}_\mu} \leqslant \underline{A \cap \mathsf{K}_\lambda} \in \mathsf{K}_\lambda \Rightarrow \underline{A \cap \mathsf{K}_\mu} \in \mathsf{K}_\lambda \Rightarrow A \cap \mathsf{K}_\lambda \ni \underline{A \cap \mathsf{K}_\mu} \geqslant \underline{A \cap \mathsf{K}_\lambda}$$

$$\left\{\begin{matrix}\bar{\mathsf{k}}_\lambda{:}P_\lambda \\ \lambda \in \Lambda\end{matrix}\right\} \prec \bar{\mathsf{k}}{:}P \in \mathcal{P}$$

---

$$\varnothing \neq A \subset \bar{\mathsf{k}} \Rightarrow \bigvee_{\lambda}^{\Lambda} A \cap \bar{\mathsf{k}}_\lambda \neq \varnothing$$

$$\mathsf{k} \in A \Rightarrow \bigvee_{\mu}^{\Lambda} \mathsf{k} \in \bar{\mathsf{k}}_\mu \Rightarrow \mathsf{k} \geqslant \underline{A \cap \bar{\mathsf{k}}_\mu} = \underline{A \cap \bar{\mathsf{k}}_\lambda} \Rightarrow A \geqslant \underline{A \cap \bar{\mathsf{k}}_\lambda} \in A \Rightarrow \bar{\mathsf{k}}{:}P \text{ well-order}$$

$$\text{Zorn } \bigvee \bar{\mathsf{k}}{:}P \underset{\max}{\in} \mathcal{P}$$

$$\bar{\mathsf{k}} = \bar{\mathsf{h}}$$

---

$$\lightning \bigvee_{\mathsf{h}}^{\bar{\mathsf{h}} \llcorner \bar{\mathsf{k}}}$$

$$\bar{\mathsf{k}} < \mathsf{h} \Rightarrow \bar{\mathsf{k}} \cup \mathsf{h} \text{ order}$$

$$\varnothing \neq A \subset \bar{\mathsf{k}} \cup \mathsf{h} \Rightarrow \begin{cases} A \cap \bar{\mathsf{k}} \neq \varnothing & \Rightarrow \mathsf{h} > \underline{A \cap \bar{\mathsf{k}}} \leqslant A \cap \bar{\mathsf{k}} \Rightarrow \underline{A \cap \bar{\mathsf{k}}} \leqslant A \\ A = \mathsf{h} & \Rightarrow \underline{A} = \mathsf{h} \end{cases} \Rightarrow \bar{\mathsf{k}} \cup \mathsf{h} \text{ well-order}$$

$$\bar{\mathsf{k}} \underset{\text{odeal}}{\subset} \bar{\mathsf{k}} \cup \mathsf{h} \Rightarrow \bar{\mathsf{k}} \underset{\neq}{\prec} \bar{\mathsf{k}} \cup \mathsf{h} \ \lightning$$