

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{Y} \wedge \mathbb{A} \stackrel{\text{comm}}{=} \mathbb{A} \wedge \mathbb{Y} \\ \mathbb{Y} \vee \mathbb{A} \stackrel{\text{comm}}{=} \mathbb{A} \vee \mathbb{Y} \end{array} \right.$$

$$\mathbb{M} \wedge \mathbb{M} = \mathbb{M} = \mathbb{M} \vee \mathbb{M}$$

$$\Psi \underset{\text{Abs}}{=} \Psi \wedge \overbrace{\Psi \wedge \Psi}^{\vee} \underset{\text{Abs}}{=} \Psi \wedge \Psi$$

$$\Psi \underset{\text{Abs}}{=} \Psi \vee \overbrace{\Psi \vee \Psi \wedge \Psi}^{} \underset{\text{Abs}}{=} \Psi \vee \Psi$$

$$\forall \wedge \nexists = \forall \Leftrightarrow \forall \vee \nexists = \nexists \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \forall \leq \nexists$$

$$\forall \wedge \top = \forall \Rightarrow \forall \vee \top = \underline{\forall \wedge \top} \vee \top \stackrel{\text{comm}}{=} \underline{\top \wedge \forall} \vee \top \stackrel{\text{Abs}}{=} \top$$

$$\forall \vee \exists = \exists \Rightarrow \forall \wedge \exists = \forall \wedge \underline{\exists \vee \exists} \underset{\text{comm}}{=} \forall \wedge \underline{\exists \vee \forall} \underset{\text{Abs}}{=} \forall$$

$$\forall = \exists \Leftrightarrow \forall \wedge \exists = \forall \vee \exists$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{Y} \\ \mathbb{A} \end{array} \right. \leqslant \mathbb{Y} \vee \mathbb{A} = \mathbb{Y} \wedge \mathbb{A} \leqslant \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{A} \\ \mathbb{Y} \end{array} \right. \Rightarrow \mathbb{Y} \leqslant \mathbb{A} \leqslant \mathbb{Y} \Rightarrow \mathbb{Y} = \mathbb{A}$$

≤ Ordnung

$$\mathbb{M} \wedge \mathbb{M} = \mathbb{M} \Rightarrow \mathbb{M} \leqslant \mathbb{M}$$

$$\forall \leq \neq \leq \forall \Rightarrow \forall = \forall \wedge \neq = \neq \wedge \forall = \forall$$

$$\forall \leq \# \leq \# \Rightarrow \# \wedge \# = \underbrace{\# \wedge \#}_{= \#} \wedge \# \stackrel{\text{ass}}{=} \# \wedge \# = \# \wedge \# = \# \Rightarrow \# \leq \#$$

\leqslant Verbands-Ordnung

$$\mathbb{Y} = \mathbb{Y} \wedge \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} = \mathbb{Y} \wedge \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} \Rightarrow \mathbb{Y} \leqslant \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} \geqslant \mathbb{Y} \Rightarrow \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} \text{ ob Schr}$$

$$\mathbb{Y} \leqslant \mathbb{Y} \geqslant \mathbb{Y} \Rightarrow \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} = \mathbb{Y} = \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} \Rightarrow \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} \vee \mathbb{Y} = \mathbb{Y} \vee \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} = \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} = \mathbb{Y} \Rightarrow \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} \leqslant \mathbb{Y} \Rightarrow \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} = \sup \mathbb{Y}: \mathbb{Y}$$

analog $\mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y} = \inf \mathbb{Y}: \mathbb{Y}$

$$\mathbb{Y} \leqslant \mathbb{Y} \Rightarrow \begin{cases} \mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y} \leqslant \mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y} \\ \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} \leqslant \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} \end{cases}$$

$$\mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y} = \underline{\mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y}} \wedge \mathbb{Y} \stackrel{\text{idem}}{=} \underline{\mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y}} \wedge \underline{\mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y}} \stackrel{\text{comm ass}}{\leqslant} \underline{\mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y}} \wedge \underline{\mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y}} \leqslant \mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y}$$

$$\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} = \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} \vee \mathbb{Y} = \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} \vee \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} \stackrel{\text{comm ass}}{\geqslant} \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} \vee \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} \geqslant \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}$$

$$\text{semi-distr} \quad \begin{cases} \mathbb{Y} \wedge \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} \geqslant \underline{\mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y}} \vee \underline{\mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y}} \\ \mathbb{Y} \vee \underline{\mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y}} \leqslant \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} \wedge \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} \end{cases}$$

$$\mathbb{Y} \leqslant \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} \Rightarrow \mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y} \leqslant \mathbb{Y} \wedge \underline{\mathbb{Y} \vee \mathbb{Y}} \geqslant \mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y} \Leftarrow \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} \geqslant \mathbb{Y}$$

$$\mathbb{Y} \geqslant \mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y} \Rightarrow \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} \geqslant \mathbb{Y} \vee \underline{\mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y}} \leqslant \mathbb{Y} \vee \mathbb{Y} \Leftarrow \mathbb{Y} \wedge \mathbb{Y} \leqslant \mathbb{Y}$$