

$$\text{unit alg } \mathbb{C}\mathbb{D} \ni \mathbb{C}_{\mathbb{N}} \mathcal{V}_{\mathbb{E}}^n \mathbb{C}_n = \mathbb{C} \overline{\begin{array}{l} E_{ij}^{\pm}: i \leq j: \quad q^{\pm h_i} \\ K_i E_j = {}^a q E_j K_i: \quad K_i F_j = {}^{-a} q F_j K_i: \quad E_i F_j - F_j E_i = \delta_{ij} \frac{K_i - K_i^{-1}}{q - {}^{-1} q} \end{array}} \text{ relations}$$

$$\Delta E_i = E_i \mathbf{\bowtie} 1 + K_i \mathbf{\bowtie} E_i$$

$$\Delta F_j = F_j \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} + 1 \mathbf{\bowtie} F_j$$

$$\Delta K_i^{\pm} = K_i^{\pm} \mathbf{\bowtie} K_i^{\pm}$$

$$\Delta \mathcal{A} \in \mathcal{A} \mathbf{\bowtie} \mathcal{J} + \mathcal{J} \mathbf{\bowtie} \mathcal{A}$$

$$\begin{aligned} & \Delta \left(E_i F_j - F_j E_i - \delta_{ij} \frac{K_i - K_i^{-1}}{q - {}^{-1} q} \right) = \Delta E_i \Delta F_j - \Delta F_j \Delta E_i - \delta_{ij} \frac{\Delta K_i - \Delta K_i^{-1}}{q - {}^{-1} q} \\ &= \underbrace{E_{i+} \mathbf{\bowtie} K_i \mathbf{\bowtie} E_i}_{\substack{= E_i F_j \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} + E_i \mathbf{\bowtie} F_j + K_i F_j \mathbf{\bowtie} E_i K_j^{-1} + K_i \mathbf{\bowtie} E_i F_j \\ - F_j E_i \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} - E_i \mathbf{\bowtie} F_j - F_j K_i \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} E_i - K_i \mathbf{\bowtie} F_j E_i - \delta_{ij} \frac{K_i \mathbf{\bowtie} K_i - K_i^{-1} \mathbf{\bowtie} K_i^{-1}}{q - {}^{-1} q}}} \underbrace{F_j \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} + 1 \mathbf{\bowtie} F_j}_{\substack{= E_i F_j - F_j E_i \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} + \delta_{ij} \frac{K_j^{-1} \mathbf{\bowtie} K_j^{-1}}{q - {}^{-1} q} + K_i \mathbf{\bowtie} E_i F_j - F_j E_i \\ - \delta_{ij} \frac{K_i \mathbf{\bowtie} K_i}{q - {}^{-1} q} + K_i F_j \mathbf{\bowtie} E_i K_j^{-1} - F_j K_i \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} E_i}} \underbrace{E_{i+} \mathbf{\bowtie} K_i \mathbf{\bowtie} E_i}_{\substack{= E_i F_j - F_j E_i - \delta_{ij} \frac{K_i - K_j^{-1}}{q - {}^{-1} q} \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} + K_i \mathbf{\bowtie} E_i F_j - F_j E_i - \delta_{ij} \frac{K_i - K_j^{-1}}{q - {}^{-1} q} \\ + K_i F_j \mathbf{\bowtie} E_i K_j^{-1} - {}^a q K_j^{-1} E_i + {}^a q K_i F_j - F_j K_i \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} E_i}} - \delta_{ij} \frac{K_i \mathbf{\bowtie} K_i - K_i^{-1} \mathbf{\bowtie} K_i^{-1}}{q - {}^{-1} q} \\ &= E_i F_j \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} + E_i \mathbf{\bowtie} F_j + K_i F_j \mathbf{\bowtie} E_i K_j^{-1} + K_i \mathbf{\bowtie} E_i F_j \\ &\quad - F_j E_i \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} - E_i \mathbf{\bowtie} F_j - F_j K_i \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} E_i - K_i \mathbf{\bowtie} F_j E_i - \delta_{ij} \frac{K_i \mathbf{\bowtie} K_i - K_i^{-1} \mathbf{\bowtie} K_i^{-1}}{q - {}^{-1} q} \\ &= \underbrace{E_i F_j - F_j E_i}_{\substack{= E_i F_j - F_j E_i - \delta_{ij} \frac{K_i - K_j^{-1}}{q - {}^{-1} q} \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} + K_i \mathbf{\bowtie} E_i F_j - F_j E_i - \delta_{ij} \frac{K_i - K_j^{-1}}{q - {}^{-1} q} \\ + K_i F_j \mathbf{\bowtie} E_i K_j^{-1} - {}^a q K_j^{-1} E_i + {}^a q K_i F_j - F_j K_i \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} E_i}} \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} + K_i \mathbf{\bowtie} E_i F_j - F_j E_i - \delta_{ij} \frac{K_i - K_j^{-1}}{q - {}^{-1} q} \\ &\quad + K_i F_j \mathbf{\bowtie} E_i K_j^{-1} - {}^a q K_j^{-1} E_i + {}^a q K_i F_j - F_j K_i \mathbf{\bowtie} K_j^{-1} E_i \in \mathcal{A} \mathbf{\bowtie} \mathcal{J} + \mathcal{J} \mathbf{\bowtie} \mathcal{A} \end{aligned}$$

$$S E_i = -K_i^{-1} E_i$$

$$S F_i = -F_i K_i$$

$$S\,K_i = K_i^{-1}$$

$$\varepsilon E_i = 0 = \varepsilon F_i$$

$$\varepsilon K_i = 1$$