

$$\mathcal{S} \xrightarrow{\text{spin}} M^o \xleftarrow{\text{VB}} E$$

$$M_{\triangleleft_\infty} \mathcal{S} \xleftarrow[\text{sDir}]{D} M_{\triangleleft_\infty} \mathcal{S}$$

$$M_{\triangleleft_\infty}^2 \mathcal{S} \xleftarrow{D=\dot{D}} M_{\triangleleft_\infty}^2 \mathcal{S}$$

$$\mathcal{S}\mathbf{z}E \rightarrow M^o$$

$$M_{\triangleleft_\infty} \mathcal{S}\mathbf{z}E \xleftarrow[\text{vDir}]{D\mathbf{z}_{\iota_E}} M_{\triangleleft_\infty} \mathcal{S}\mathbf{z}E$$

$$M_{\triangleleft_\infty}^2 \mathcal{S}\mathbf{z}E \xleftarrow{D\mathbf{z}_{\iota_E}=\dot{D}\mathbf{z}_{\iota_E}} M_{\triangleleft_\infty}^2 \mathcal{S}\mathbf{z}E$$

$$\text{pos spec } M_{\triangleleft_\omega}^2 \mathcal{S}\mathbf{z}E \xrightarrow[\text{o-proj}]{P_E} M_{\triangleleft_\infty}^2 \mathcal{S}\mathbf{z}E \colon \psi \text{ DO order } 0$$

$$M^o_{\triangleleft_\sigma} \mathbb{C} \ni f \mapsto P_E M_f P_E = T_E f \in \mathcal{L} \left( M_{\triangleleft_\omega}^2 \mathcal{S}\mathbf{z}E \right)$$

$$\text{odd K-cycle } [D] = M^o_{\triangleleft_\sigma} \mathbb{C} \ltimes \underbrace{M_{\triangleleft_\omega}^2 \mathcal{S}\mathbf{z}E} \in K_1 \underbrace{M^o_{\triangleleft_\sigma} \mathbb{C}} = K^1 \left( M^o \right)$$