$$\mathcal{S} \xrightarrow[\text{spin}]{} M \times \overset{+}{S} \xleftarrow[\text{VB}]{} E$$

$$M \times \overset{+}{S} \underset{\infty}{\triangle} \mathcal{S} \xleftarrow[\text{sDir}]{D} M \times \overset{+}{S} \underset{\infty}{\triangle} \mathcal{S}$$

$$M \times \overset{+}{S} \underset{\infty}{\triangle}^{2} \mathcal{S} \xleftarrow{D = \overset{*}{D}} M \times \overset{+}{S} \underset{\infty}{\triangle}^{2} \mathcal{S}$$

$$\mathcal{S} \boxtimes E \to M \times \overset{+}{S}$$

$$M \times \overset{+}{S} \underset{\infty}{\triangle} \mathcal{S} \boxtimes E \xleftarrow[\text{vDir}]{D \boxtimes \iota_E} M \times \overset{+}{S} \underset{\infty}{\triangle} \mathcal{S} \boxtimes E$$

$$M \times \overset{+}{S} \underset{\infty}{\triangle}^{2} \mathcal{S} \boxtimes E \xleftarrow{D \boxtimes \iota_E = \overset{*}{D} \boxtimes \iota_E} M \times \overset{+}{S} \underset{\infty}{\triangle}^{2} \mathcal{S} \boxtimes E$$

$$\text{pos spec } M \times \overset{+}{S} \underset{\omega}{\triangle}^{2} \mathcal{S} \boxtimes E \xrightarrow[\text{o-proj}]{P_E} M \times \overset{+}{S} \underset{\infty}{\triangle}^{2} \mathcal{S} \boxtimes E : \quad \psi \text{ DO order } 0$$

$$M \times \overset{+}{S} \underset{o}{\triangle} \mathbb{C} \ni f \mapsto P_E \, M_f \, P_E = T_E f \in \mathcal{L}\left(M \times \overset{+}{S} \underset{\omega}{\triangle}^{2} \mathcal{S} \boxtimes E \right)$$

$$\text{odd K-cycle } [D] = M \times \overset{+}{S} \underset{o}{\triangle} \mathbb{C} \ltimes \underbrace{M \times \overset{+}{S} \underset{\omega}{\triangle}^{2} \mathcal{S} \boxtimes E} \in K_1 \underbrace{M \times \overset{+}{S} \underset{o}{\triangle} \mathbb{C}} = K^1 \left(M \times \overset{+}{S} \right)$$