Fachbereich Mathematik und Informatik
Universität Marburg
Prof. Dr. Pablo Ramacher
Tobias Weich

Sommersemester 2011

Übungen zur Analysis 1

– Blatt 2 –

Abgabe Freitag, 29.04.2011 vor der Vorlesung bis 8:10

Aufgabe 5 (3 Punkte). Sei (X,d) ein metrischer Raum und $A \subset X$ eine beliebige Teilmenge. Man zeige:

a) $\bar{A}$ ist die kleinste abgeschlossene Menge in X, die A enthält.

b) Int$A$ ist die größte offene Menge in X, die Teilmenge von A ist.

Aufgabe 6 (5 Punkte). Man untersuche, ob die folgenden Teilmengen offen, abgeschlossen oder keines von beidem sind und beweise dies.

a) $\{x \in \mathbb{R}; x \leq 4\} \subset \mathbb{R}$

b) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$

c) $[0,2[\subset \mathbb{R}$

d) $[0,2[\subset \{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\}$

e) $\{(x,y) \subset \mathbb{R}^2; x > 2, y \geq 3\} \subset \mathbb{R}^2$

Aufgabe 7 (Dichte Teilmengen: 3 Punkte). Man zeige, dass für eine Teilmenge A eines metrischen Raumes X folgende Aussagen äquivalent sind:

- $\bar{A} = X$
- $X \setminus A$ enthält keine Kugel $K(x,\epsilon)$ mit $x \in X$, $\epsilon > 0$.

Aufgabe 8 (7 Punkte). Seien $U \subset X$ eine offene Teilmenge und $A, B \subset X$ beliebige Teilmengen eines metrischen Raumes X. Man zeige:

a)
$$\overline{A} \setminus \overline{B} \subset \overline{A \setminus B}.$$

Gilt hier im Allgemeinen die Gleichheit der Mengen?

b)
$$U \cap \overline{A} \subset \overline{U \cap A}$$

c)
$$\overline{U \cap \overline{A}} = \overline{U \cap A}$$